

例3：直导线通交流电 置于磁导率为 μ 的介质中
求：与其共面的 N 匝矩形回路中的感应电动势

已知 $I = I_0 \sin \omega t$

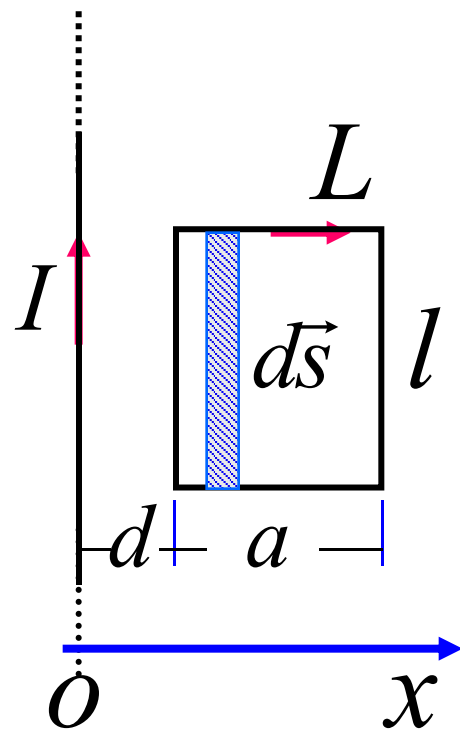
其中 I_0 和 ω 是大于零的常数

解：设当 $I > 0$ 时，电流方向如图

设回路 L 方向如图 建坐标系如图

在任意坐标处取一面元 $d\vec{S}$

$$\psi = N\phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



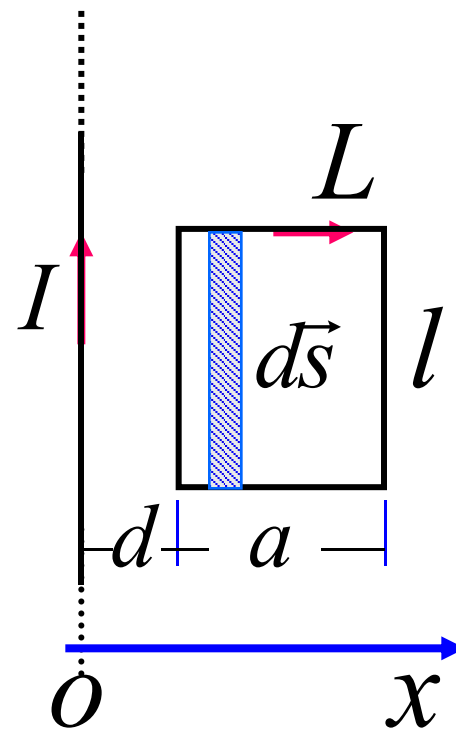
$$\psi = N\phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \int_S B ds = N \int_d^{d+a} \frac{\mu I}{2\pi x} l dx$$

$$= \frac{N\mu I l}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}$$

$$= \frac{\mu N I_0 l}{2\pi} \sin \omega t \ln \frac{d+a}{d}$$

$$\varepsilon_i = - \frac{d\psi}{dt}$$

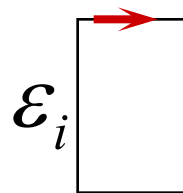
$$= - \frac{\mu_0 \mu_r N I_0 l \omega}{2\pi} \cos \omega t \ln \frac{d+a}{d}$$



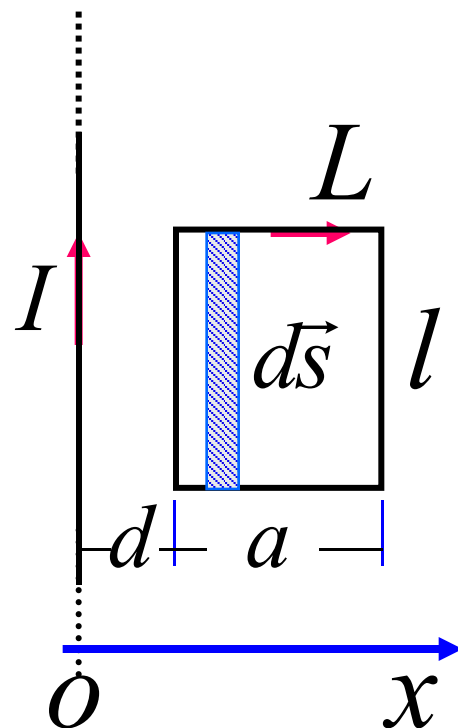
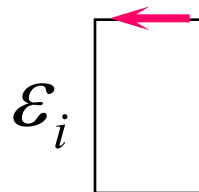
交变的
电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{\mu_0 \mu_r N I_0 l \omega}{2\pi} \cos \omega t \ln \frac{d+a}{d}$$

$$t \leq \frac{\pi}{\omega} \quad \varepsilon_i > 0$$



$$\frac{\pi}{\omega} \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega} \quad \varepsilon_i < 0$$



例1 一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中,以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动, **求** 铜棒两端的感应电动势.

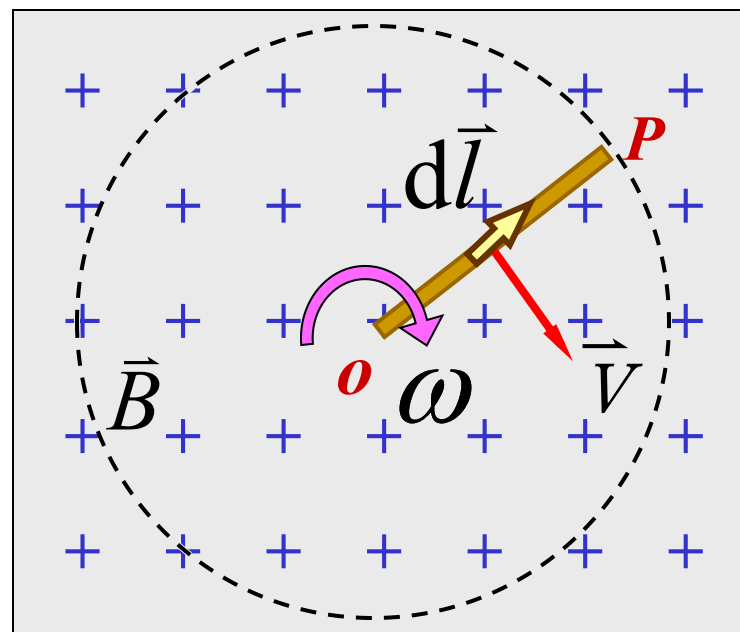
解
$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= vBdl$$

$$\varepsilon_i = \int_0^L vBdl$$

$$= \int_0^L \omega lB dl$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2} B \omega L^2$$



ε_i 方向 $O \longrightarrow P$

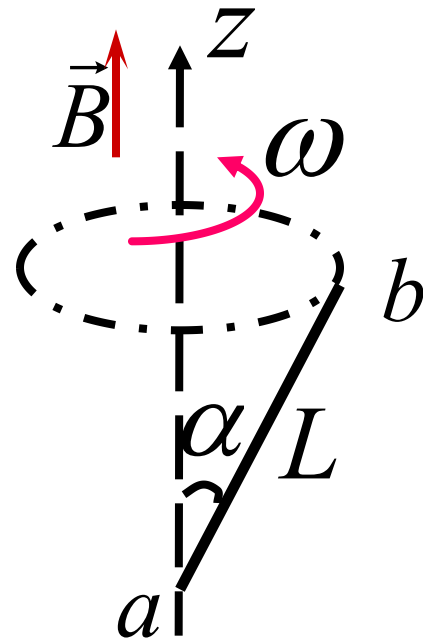
(点 P 的电势高于点 O 的电势)

例2: 在空间均匀的磁场中 $\vec{B} = B \hat{z}$

导线 ab 绕 Z 轴以 ω 匀速旋转

导线 ab 与 Z 轴夹角为 α

设 $\overline{ab} = L$ 求: 导线 ab 中的电动势



解：建坐标如图 在坐标 l 处取 dl

该段导线运动速度垂直纸面向内

运动半径为 r

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = vB = \omega r B = \omega l B \sin \alpha$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vB dl \cos \theta$$

$$= B \omega \sin^2 \alpha l dl$$

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = B \omega \sin^2 \alpha \int_0^L l dl$$

$$= \frac{B \omega L^2}{2} \sin^2 \alpha > 0 \quad \text{方向从 } a \rightarrow b, b \text{ 点为高电势}$$

